



Unterrichtseinheit: Flächen- und Winkelberechnungen

Umkehrung – Der rechte Winkel

Die 3-4-5-Regel

Mit Hilfe der 3-4-5-Regel lässt sich auch bestimmen, ob das Dreieck einen rechten Winkel hat. Diesen Zusammenhang kann man sich auf der Gerüstbaustelle zunutze machen. Durch Holzbretter mit dem Längenverhältnis 3:4:5 lassen sich rechte Winkel abstecken. Multipliziert oder dividiert man die Seiten a, b, c des Dreiecks mit dem gleichen Faktor, erhält man ebenfalls einen rechten Winkel



Schon gewusst?

Erfüllen drei natürliche Zahlen a, b, c die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$, dann nennt man sie auch pythagoreisches Zahlentripel. Das kleinste Tripel lautet 3,4,5.

★ Aufgabe 1

Die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks betragen $a = 3$ cm, $b = 4$ cm und $c = 5$ cm. Mit welchem Faktor müssen die Seitenlängen a und c multipliziert werden, wenn die Seitenlänge $b = 120$ cm betragen soll? Berechne daraufhin die neuen Seitenlängen für a und c.

★ Aufgabe 2

Ein rechtwinkliges Dreieck besitzt die Seitenlängen $a = 8$ cm, $b = 6$ cm und $c = 10$ cm. Durch welchen Faktor müssen die Seitenlängen dividiert werden, wenn $a = 3,2$ cm betragen soll?

Berechne im Anschluss die entsprechenden Längen für b und c.

★ Aufgabe 3

Du kennst die Seitenlängen eines Dreiecks ABC mit $a = 13$ cm, $b = 5$ cm und $c = 12$ cm. Überprüfe mit der Umkehrung des Satzes des Pythagoras, ob es rechtwinklig ist.

★★ Aufgabe 4

Gegeben sind die drei Seitenlängen eines Dreiecks. Prüfe, ob die angegebenen Dreiecke rechte Winkel besitzen. Achte auf die richtigen Einheiten und rechne gegebenenfalls vorher um!

a) 7 cm; 80 mm; 10 cm

c) 3,9 m; 5,2 m; 6,5 m

e) 4,5 cm; 0,036 m; 5,4 cm

b) 5,2 dm; 2 dm; 4,8 dm

d) 8 cm; 0,12 m; 16 cm



☆☆ Aufgabe 5

Berechne die fehlenden Strecken, die Flächeninhalte der Flächen A_1 bis A_3 und die Gesamtfläche der zusammengesetzten geometrischen Figur. Nutze dafür Dein Wissen der letzten Stunden.

Hinweis: Den Flächeninhalt für ein rechtwinkliges Dreieck findest Du im Tafelwerk.

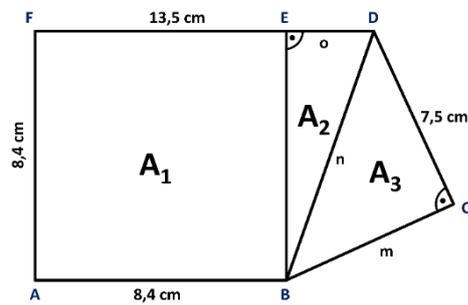


Abbildung 1: Zusammengesetzte Figur (Grafik: Schnucklake)



Lösungsvorschläge

★ Aufgabe 1

$$120 \text{ cm} \div 4 \text{ cm} = 30$$

Der Multiplikationsfaktor beträgt 30.

$$a = 3 \text{ cm} * 30 = 90 \text{ cm}$$

$$c = 5 \text{ cm} * 30 = 150 \text{ cm}$$

★ Aufgabe 2

$$8 \text{ cm} \div 3,2 \text{ cm} = 2,5$$

$$b = 6 \text{ cm} \div 2,5 = 2,4 \text{ cm}$$

$$c = 10 \text{ cm} \div 2,5 = 4,0 \text{ cm}$$

★ Aufgabe 3

$$(5 \text{ cm})^2 + (12 \text{ cm})^2 = 25 \text{ cm}^2 + 144 \text{ cm}^2 = 169 \text{ cm}^2 \text{ rechtwinklig, da } (13 \text{ cm})^2 = 169 \text{ cm}^2 \quad \checkmark$$

Das Dreieck ABC ist rechtwinklig.

★★ Aufgabe 4

a) $80 \text{ mm} = 8 \text{ cm}$

$$(7 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2 = 49 \text{ cm}^2 + 64 \text{ cm}^2 = 113 \text{ cm}^2 \text{ nicht rechtwinklig, da } (10 \text{ cm})^2 = 100 \text{ cm}^2 \quad \boxtimes$$

b) $(2 \text{ m})^2 + (4,8 \text{ m})^2 = 4 \text{ m}^2 + 23,04 \text{ m}^2 = 27,04 \text{ m}^2 \text{ rechtwinklig, da } (5,2 \text{ m})^2 = 27,04 \text{ m}^2 \quad \checkmark$

c) $(3,9 \text{ m})^2 + (5,2 \text{ m})^2 = 15,21 \text{ m}^2 + 27,04 \text{ m}^2 = 42,25 \text{ m}^2 \text{ rechtwinklig, da } (6,5 \text{ m})^2 = 42,25 \text{ m}^2 \quad \checkmark$

d) $0,12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$

$$(8 \text{ cm})^2 + (12 \text{ cm})^2 = 64 \text{ cm}^2 + 144 \text{ cm}^2 = 208 \text{ cm}^2 \text{ nicht rechtwinklig, da } (16 \text{ cm})^2 = 256 \text{ cm}^2 \quad \boxtimes$$

e) $0,036 \text{ m} = 3,6 \text{ cm}$

$$(3,6 \text{ cm})^2 + (4,5 \text{ cm})^2 = 12,96 \text{ cm}^2 + 20,25 \text{ cm}^2 = 33,21 \text{ cm}^2 \text{ nicht rechtwinklig, da}$$

$$(5,4 \text{ cm})^2 = 29,16 \text{ cm}^2 \quad \boxtimes$$

★★★ Aufgabe 5

$$o = 13,5 \text{ cm} - 8,4 \text{ cm} = 5,1 \text{ cm}$$

$$n^2 = (5,1 \text{ cm})^2 + (8,4 \text{ cm})^2$$

$$n = \sqrt{96,57 \text{ cm}^2} = 9,83 \text{ cm}$$

Mit $n = 9,83 \text{ cm}$ lässt sich die Länge der Kathete m im zweiten Dreieck BCD berechnen:

$$m^2 = n^2 - (7,5 \text{ cm})^2$$

$$m^2 = (9,83 \text{ cm})^2 - (7,5 \text{ cm})^2$$

$$m = \sqrt{40,38 \text{ cm}^2} = 6,35 \text{ cm}$$

$$A_1 = 8,4 \text{ cm} * 8,4 \text{ cm} = 70,56 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2} * o * 8,4 \text{ cm} = \frac{1}{2} * 5,1 \text{ cm} * 8,4 \text{ cm} = 21,42 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2} * m * 7,5 \text{ cm} = \frac{1}{2} * 6,35 \text{ cm} * 7,5 \text{ cm} = 23,81 \text{ cm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 70,56 \text{ cm}^2 + 21,42 \text{ cm}^2 + 23,81 \text{ cm}^2 = 115,79 \text{ cm}^2$$