

Unterrichtseinheit: Trigonometrie am Dach

Die Arten der Dreiecke



Abbildung 1: Abbildung eines Hauses (Quelle: ZVDH)

Dreiecke begegnen dir im Alltag überall – zum Beispiel verstecken sie sich oft in Verkehrsschildern. Wenn du deine Umgebung betrachtest, siehst du diese Form oft, du erkennst sie in vielen Gebäuden und vor allem in Dächern. Schau dich einmal in deinem Klassenzimmer um: Untersuche Tische, Stühle, Fenster, Regale und weitere Gegenstände in deiner Klasse. Wo findest du überall diese geometrische Form? Achte auch in der Pause darauf, wo überall in deiner Umgebung Dreiecke versteckt sind.

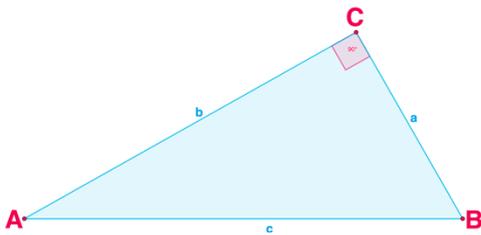


Schon gewusst?

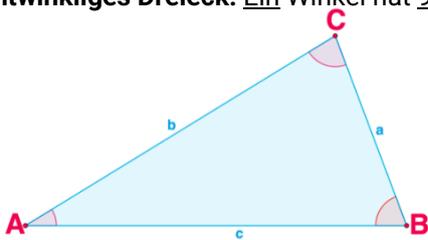
Addiert man alle Winkel in einem Dreieck zusammen, dann ergeben diese 180° . Dies nennt sich „Winkelsumme“.

Aufteilung nach Winkel

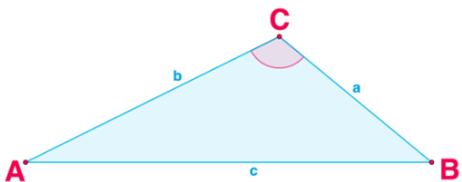
Dreiecke lassen sich auf zwei Ebenen in Kategorien (Arten) einteilen. Die Unterscheidung richtet sich nach den Winkelarten.



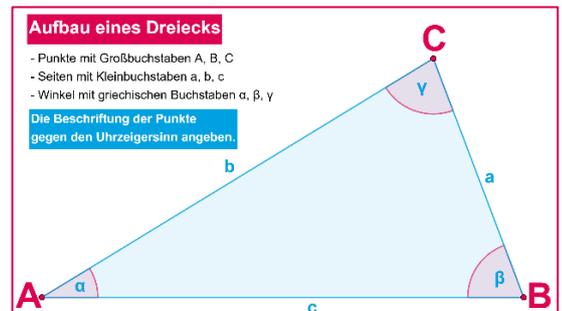
Rechtwinkliges Dreieck: Ein Winkel hat 90° .



Spitzwinkliges Dreieck: Alle Winkel sind kleiner als 90° .



Stumpfwinkliges Dreieck: Ein Winkel liegt zwischen 90° und 180° .



Aufgabe 1 ☆

Bestimme anhand der Winkelangabe die Art des Dreiecks.

- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\alpha = 33^\circ; \beta = 89^\circ; \gamma = 58^\circ$
- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\alpha = 122^\circ; \beta = 19^\circ; \gamma = 39^\circ$
- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\alpha = 90^\circ; \beta = 41^\circ; \gamma = 49^\circ$

Aufgabe 2 ☆ ☆

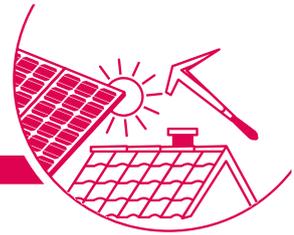
Berechne die fehlende Winkelangabe.

- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\alpha = 65^\circ; \beta = 25^\circ$
- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\alpha = 47^\circ; \gamma = 55^\circ$
- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\beta = 78^\circ; \gamma = 77^\circ$

Aufgabe 3 ☆ ☆ ☆

Bestimme anhand der Winkelangabe die Art des Dreiecks.

- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\alpha = 59^\circ; \beta = 15^\circ$
- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\alpha = 47^\circ; \gamma = 43^\circ$
- Dreieck ABC mit den Winkeln** $\beta = 88^\circ; \gamma = 67^\circ$



Die Arten der Dreiecke

Aufteilung nach Seiten

Die Unterscheidung richtet sich nach der Seitenlänge:

Allgemeines Dreieck: Alle Seiten sind unterschiedlich lang.
Gleichschenkliges Dreieck: Zwei Seiten des Dreiecks sind gleich lang. Diese Seiten nennt man Schenkel. Die dritte Seite bezeichnet man als Basis. Die Winkel, die auf dieser Seite liegen, heißen Basiswinkel. Die Basiswinkel sind gleich groß (Basiswinkelsatz).

Gleichseitiges Dreieck: Alle Seiten sind gleich lang. Alle Winkel sind gleich groß (jeweils 60°).

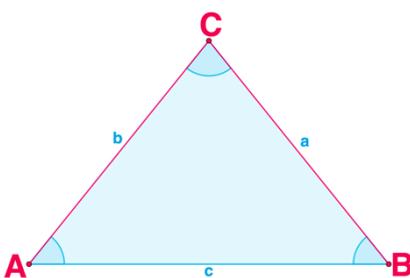


Schon gewusst?

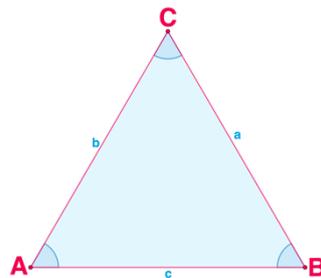
Ist die Summe zweier Seiten eines Dreiecks größer als die dritte Seite, dann kann man dieses Dreieck zeichnen. Dies nennt sich „Dreiecksungleichung“. Dies bedeutet, dass alle diese Varianten bei einem Dreieck zutreffen müssen:

$$a + b > c; b + c > a; a + c > b$$

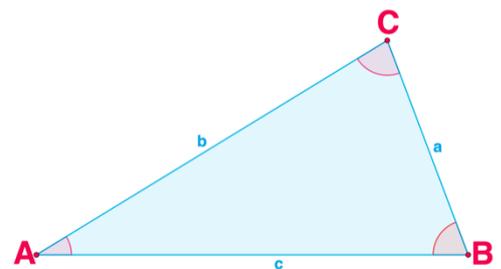
Gleichschenkliges Dreieck



Gleichseitiges Dreieck



Allgemeines Dreieck



Aufgabe 4 ☆

Bestimme anhand der Seitenangaben die Art des Dreiecks.

1. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 43\text{cm}; b = 56\text{cm}; c = 21\text{cm}$
2. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 27\text{cm}; b = 27\text{cm}; c = 51\text{cm}$
3. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 57\text{cm}; b = 57\text{cm}; c = 57\text{cm}$

Aufgabe 5 ☆☆

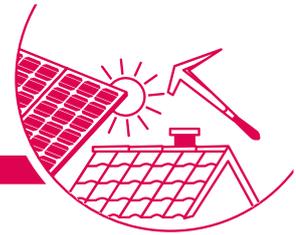
Bestimme mit der Dreiecksungleichung, ob die folgenden Dreiecke gezeichnet werden können.

1. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 21\text{cm}; b = 43\text{cm}; c = 71\text{cm}$
2. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 19\text{cm}; b = 19\text{cm}; c = 20\text{cm}$
3. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 8\text{cm}; b = 8\text{cm}; c = 17\text{cm}$

Aufgabe 6 ☆☆☆

Bestimme anhand der Seitenangaben die Art des Dreiecks. Prüfe vorher auf Dreiecksungleichung.

1. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 12\text{cm}; b = 34\text{cm}; c = 17\text{cm}$
2. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 91\text{cm}; b = 91\text{cm}; c = 91\text{cm}$
3. **Dreieck ABC mit den Seiten** $a = 18\text{cm}; b = 18\text{cm}; c = 38\text{cm}$



Von Spitzdach zu Flachdach: Dächer und Winkel



Wie würdest du ein Haus zeichnen? Für die meisten von uns sieht das Dach wahrscheinlich wie ein einfaches Dreieck aus, wenn wir ein Haus zeichnen wollen. Das liegt vermutlich daran, dass wir diese Art von Haus schon oft gesehen haben. Diese Dachform ähnelt dem Satteldach – und es ist tatsächlich die am häufigsten verwendete Dachform. Hier bestimmt der Neigungswinkel (NW) die Dachform.



Schon gewusst?

Flaches Satteldach: NW < 30°

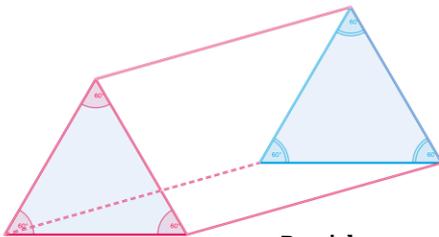
Winkeldach: NW 30° - 45°

Altfränkisches Dach: NW 46° - 60°

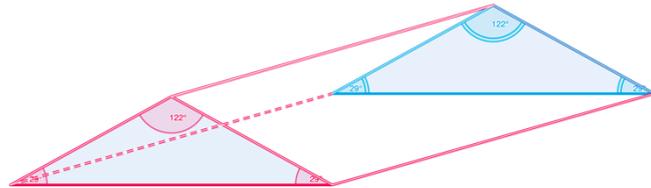
Altdeutsches Dach: NW > 60°

Aufgabe 7 ☆

Bestimme zu den Abbildungen die Dach-Bezeichnung.



Bezeichnung:

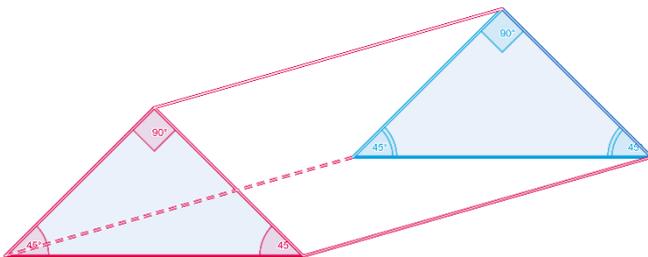


Bezeichnung:

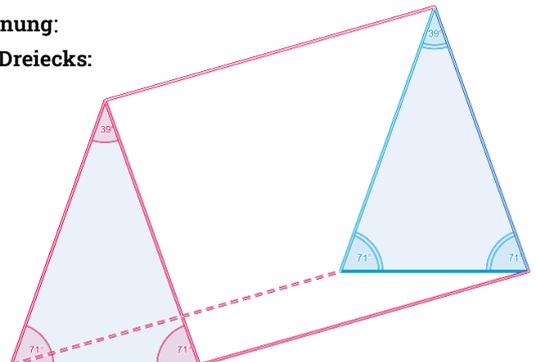
Aufgabe 8 ☆ ☆

Bestimme zu den Abbildungen die Dachbezeichnung und die Art des Dreiecks (nach Winkel und Seite).

Bezeichnung:
Art des Dreiecks:

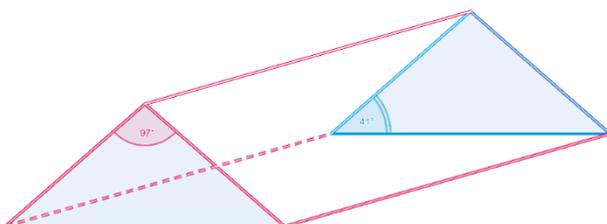


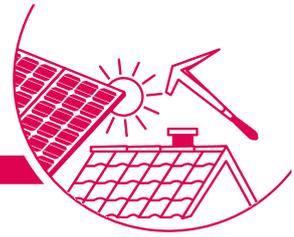
Bezeichnung:
Art des Dreiecks:



Aufgabe 9 ☆ ☆ ☆

Berechne zu den Abbildungen die fehlenden Winkel im Dreieck.





Hausaufgabe

Neben dem Satteldach gibt es zahlreiche andere Dachformen. Einige hast du sicher schon einmal gesehen.

1. Suche für mindestens drei der unten aufgeführten Dachformen ein Beispiel in deiner Umgebung und fotografiere die entsprechenden Dächer.

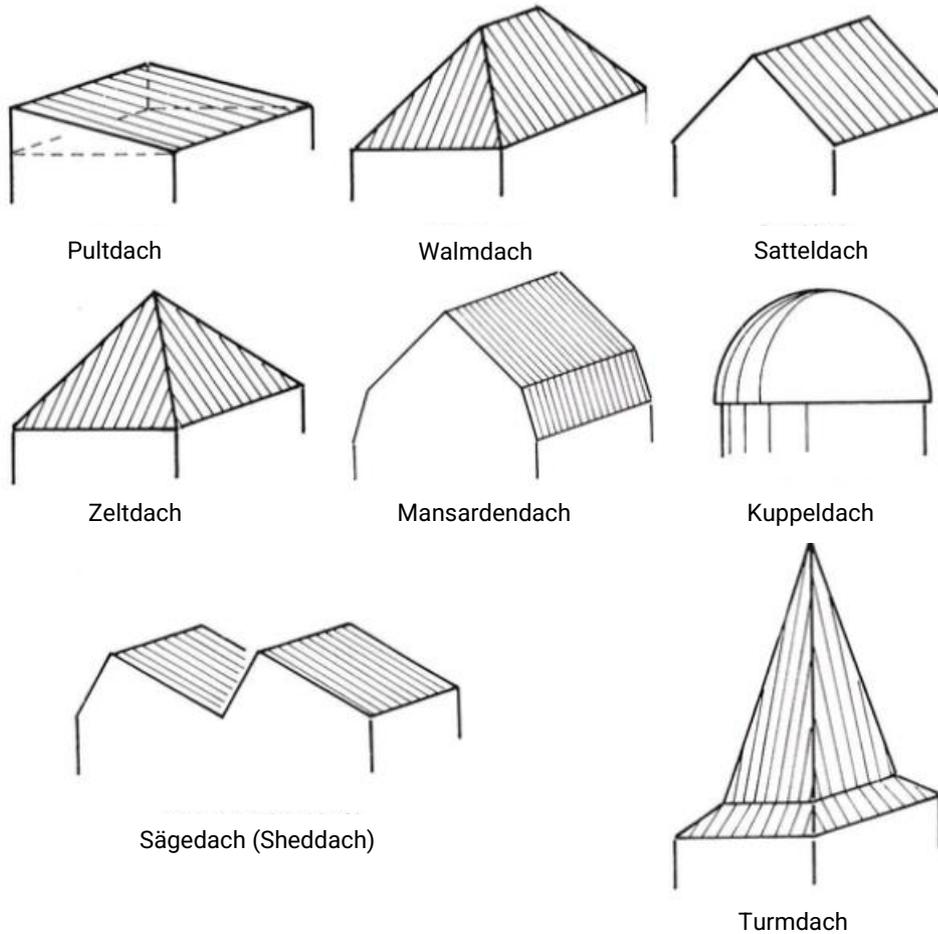


Abbildung 2: Verschiedene Dachformen (Quelle: ZVDH)

Bildnachweise:

Abbildung 1: Bilddatenbank ZVDH

Abbildung 2: https://dachdecker.org/download/a2ah189g94esslftofpg6bf362t/Faktenblatt_Dachformen_8_2019-final.pdf, S. 5.

Grafiken: erstellt mit GeoGebra®, von Christian Leeser (<https://www.geogebra.org/?lang=de>)