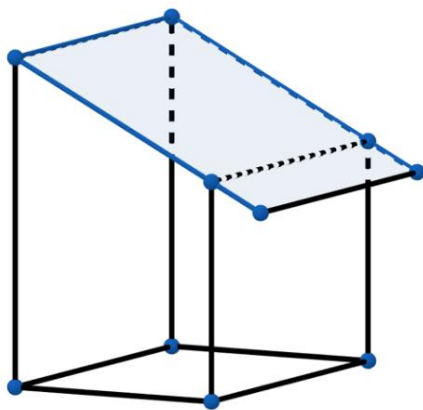


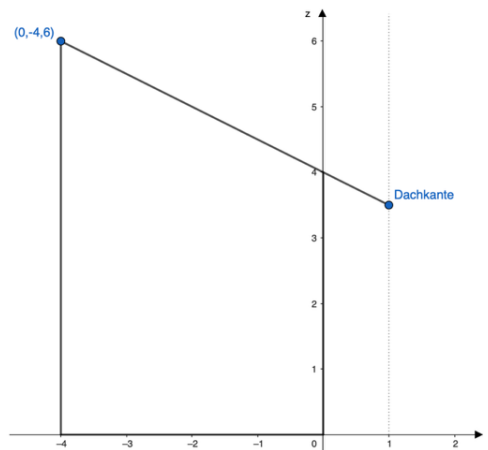
Unterrichtseinheit: Analytische Geometrie und Vektorrechnung: Dächer konstruieren

Regen als Herausforderung für Dachkonstruktionen

Dächer stehen meist ein gutes Stück über, und das nicht ohne Grund; kommt der Regen – wie so häufig – aufgrund von Wind nicht ganz gerade runter, schützt ein Überstand die unten liegenden Wände. Aber wie groß sollte der sein? Ein Problem, das wir mit Vektoren lösen können!



M1: Skizze Dachüberstand (erstellt mit ©GeoGebra)



M2: Skizze Dachkante (erstellt mit ©GeoGebra)

Das Problem ☆ ☆

Oben links (M1) erkennen Sie das bereits geplante Haus, dessen Dach blau markiert ist. Das Dach steht bereits ein wenig über, aber in der Region kommt es oft zu Regen, während der Wind weht. Dadurch kommt der Regen nicht gerade herunter, sondern in der Richtung $(0, \frac{1}{2}, 2)$. Die Frage, die wir uns jetzt stellen ist, ob der so herunterkommende Regen eine Wand berührt. Rechts (M2) finden Sie eine Skizze, die das Problem in den relevanten zwei Dimensionen darstellt.

Erläutern Sie schriftlich, warum diese Betrachtung ausreicht. Falls Sie bereits hier eine Idee haben, legen Sie gerne los und lösen das Problem selbstständig. Falls nicht, finden Sie unter den Probleminfos zwei Lösungsansätze. Nutzen Sie so wenig Tipps wie möglich!



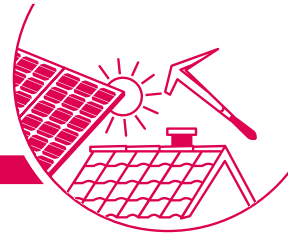
Schon gewusst?

Dachdeckerinnen und Dachdecker planen Dachüberstände gezielt, um Gebäudewände vor

Schlagregen zu schützen. Besonders bei wind-getriebenem Regen, der schräg gegen das Gebäude prallt, ist ein ausreichender Dachüberstand entscheidend. Denn was auf den ersten Blick wie ein kleines Detail wirkt, kann den Unterschied zwischen trockenen Wänden und kostspieligen Feuchteschäden ausmachen – Schäden, die durch richtige Planung und Berechnungen vermieden werden können.



Schützender Dachüberstand (© Adobe Stock/Ekaterina Volkova)



Variante 1: Wann trifft der Regen den Boden?

Der Gedanke bei diesem Ansatz ist, ausgehend von der Dachkante so lange den Regen-Vektor daran weiterzuführen, bis wir damit den Boden ($z=0$) erreichen. Damit erhalten wir einen y -Wert, bei dem der Regen den Boden trifft. Ist dieser kleiner oder gleich 0, so ist die Wand im Weg und wird nass. Ist der Wert größer als null, kommt der Regen vor der Wand auf dem Boden auf.

a) Zeichnen Sie beide Szenarien als gestrichelte Linien in die obige Skizze ein.

Wir wollen nun den Weg des Regens beschreiben. Da dieser geradlinig fließt (wenn auch nicht senkrecht nach unten), genügt es, den Regen zu betrachten, der exakt den Punkt an der Dachkante trifft; der Startpunkt des Regens liegt somit genau an der Dachkante.

- b) Berechnen Sie den Dachkantenpunkt. Falls benötigt, ein Tipp: In der Skizze (**M2**) kann man erkennen, dass das Dach bei $y=0$ 4 Einheiten hoch ist und für zwei Schritte nach rechts einen Schritt nach unten abfällt. Welchen z -Wert erhalten wir bei $y=1$?
- c) Berechnen Sie den Weg des Regens. Dazu starten Sie am Dachkantenpunkt und nehmen s -mal den Regenvektor dazu.
- d) Wann trifft der Regen den Boden? Oder mathematischer ausgedrückt: Wann ist der z -Wert von „Dachkantenpunkt + s -mal Regen“ gleich null? Formulieren Sie diese Frage als Gleichung und lösen Sie sie.
- e) Zurück zum Problem: Reicht also der Überstand? Erklären Sie Ihre Lösung.

Variante 2: Wo trifft der Regen die Wand?

Anstatt auszurechnen, wann der Weg des Regens den Boden kreuzt (rechts oder links der Wand), kann man auch fragen, wann der Regen die Wand ($y=0$) erreicht – entweder oberirdisch, also bei z größer gleich null, dann wird die Wand nass, oder aber der Boden ist im Weg. Dafür bearbeiten Sie alle Fragen bis zu Frage d) wie oben. Bei d) selbst erhalten Sie eine andere Gleichung, die Sie aber auch entsprechend anders interpretieren. Auch so können Sie sich also die Frage beantworten: Reicht der Überstand? Erklären Sie Ihre Lösung.

