



Unterrichtseinheit: Exponentialfunktionen und ihre Anwendung auf reale Prozesse

Feuchtigkeitsprobleme durch Abkühlungsprozesse



Schon gewusst?

Bei der Abkühlung eines Raumes sinkt die Temperatur des Raumes mit der Zeit. Mathematisch lässt sich dieser Prozess als exponentielle Abnahme beschreiben, ähnlich dem exponentiellen Wachstum, jedoch in umgekehrter Richtung. Die Funktionsgleichung einer exponentiellen Abnahme lautet:

$$f(x) = a \cdot b^x$$

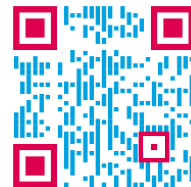
Dabei ist die Basis ein Wert zwischen 0 und 1.

AUFGABE 1 ★

Untersuchen Sie die exponentielle Abnahme. Arbeiten Sie dazu mit der GeoGebra-Anwendung.

Variieren Sie die Parameter a und b und beschreiben Sie, wie sich der Graph verändert.

Grenzen Sie die Parameter a und b sinnvoll ein, sodass eine exponentielle Abnahme vorliegt.



GeoGebra-Anwendung zur Exponentialfunktion

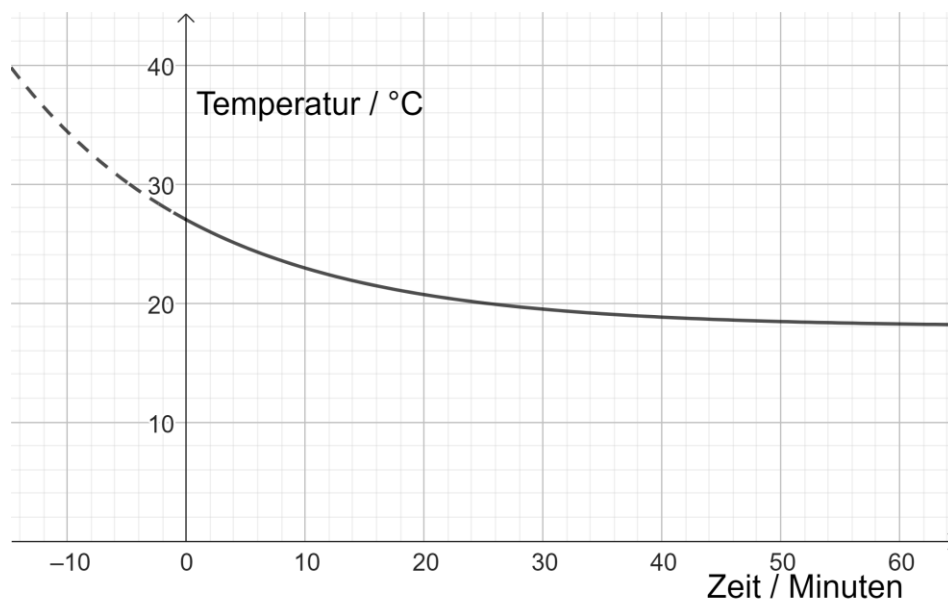
AUFGABE 2 ★ ★

In einem Badezimmer herrscht nach dem Duschen eine Temperatur von 27°C . Die Umgebung des Badezimmers hat eine Temperatur von 18°C . Das Badezimmer kühlt im Laufe der Zeit ab. Die Abkühlung des Badezimmers kann mit der Funktion

$$T(t) = 9 \cdot 0,94^t + 18$$

beschrieben werden. Dabei ist T die Temperatur in $^\circ\text{C}$ und t die Zeit in Minuten. Der zugehörige Graph ist unten abgebildet.

- Beschreiben Sie den Graphen.
- Ordnen Sie die Außentemperatur (18°C) und die Anfangstemperatur (27°C) den Kennwerten des Graphen zu.
- Geben Sie an, woran man in der Funktionsgleichung erkennt, dass der Graph fallend ist.





AUFGABE 3 ☆ ☆ ☆

In einem Badezimmer wurde durch Sanitär-, Heizungs- und Klimatechnik-Handwerker ein Belüftungssystem installiert. Dieses kann die Luftfeuchtigkeit pro Minute um 10% reduzieren. In dem Badezimmer wurde geduscht und die Luft ist gesättigt. Die Temperatur beträgt nach dem Duschen 27°C. Die Temperatur kühlt sich nun entsprechend des Abkühlungsgraphen aus Aufgabe 2 ab. Gleichzeitig läuft der Lüfter und reduziert die Luftfeuchtigkeit. Der Lüfter schaltet sich ab, wenn die relative Luftfeuchtigkeit unter 60% fällt.

Ermitteln Sie wie lange der Lüfter läuft.

Tipp 1: Erstellen Sie eine Wertetabelle: Bestimmen Sie für die Zeit in Minuten die zugehörige Temperatur und die entsprechende Luftfeuchtigkeit in g/m³. Vergleichen Sie diese mit der absoluten Luftfeuchtigkeit bei 60% Luftfeuchte und der berechneten Temperatur.

Tipp 2: Verwenden Sie folgende Formeln:

- Temperatur T in Abhängigkeit von der Zeit t: $T(t) = 9 \cdot 0,94^t + 18$
- Absolute Luftfeuchtigkeit AL zu Beginn: $AL = 4,64 \cdot 1,064^{27}$
- Absolute Luftfeuchtigkeit nach t Minuten: $AL \cdot 0,9^t$
- Absolute Luftfeuchtigkeit bei der sich der Lüfter abschaltet: $F_{60}(T) = 2,78 \cdot 1,064^T$