

Flächeninhalte von Dreiecken berechnen

Informationsblatt

Woher weißt du, wie viel Material du brauchst, wenn du beispielsweise ein Sonnensegel aufspannen willst oder ein neues Dach für deinen Gartenschuppen planst? In beiden Fällen musst du wissen, wie groß die Fläche ist – denn viele solcher Flächen sind dreieckig. Dachdeckerinnen und Dachdecker berechnen zum Beispiel täglich solche Formen, um Material zu planen und Verschnitt und somit auch Kosten zu vermeiden. Und auch im Alltag hilft die Flächenberechnung weiter. Hier findest du heraus: Wie berechnet man die Fläche eines Dreiecks – und wofür brauchst du das selbst in deinem Alltag?



Bau eines Gartenschuppens
(© Adobe Stock/Cornelia Pithart)

Für die Bestimmung des Flächeninhaltes wird die Formel für die Berechnung auf Grundlage der vorliegenden Werte beziehungsweise Angaben entschieden.

I. Wenn die Werte zur Höhe und zur Grundseite vorliegen

Die allgemeine Formel für die Berechnung lautet:

$$A_D = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2}$$

Die Höhen h_a , h_b und h_c sind „verbunden“ mit der Seite (a, b oder c) auf der sie „stehen“ (Grundseite). Daher ergeben sich drei Formeln (je nach Höhe und Grundseite):

$$A_D = \frac{a \cdot h_a}{2} \quad A_D = \frac{b \cdot h_b}{2} \quad A_D = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Beispiel:

Ein Dachdecker bestimmt zu einem dreieckigen Dachsegment mit einer Seite a von 4m und einer Höhe h_a von 3m den Flächeninhalt, um davon die Menge des Dachmaterials abzuleiten. Die Formel zur Berechnung lautet:

$$A = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{4 \text{ m} \cdot 3 \text{ m}}{2} = 6 \text{ m}^2$$

Der Dachdecker benötigt für eine Fläche von 6 m^2 Dachmaterial.

II. Wenn Werte zu einem Winkel und mindestens zwei Seiten vorliegen

Wenn die Höhe in einem Dreieck nicht bekannt, aber ein Winkel und die beiden anliegenden Seiten gegeben sind, dann lässt sich die Fläche mithilfe von Sinus berechnen:

$$A_D = \frac{a \cdot c}{2} \cdot \sin(\beta) \quad A_D = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin(\gamma) \quad A_D = \frac{b \cdot c}{2} \cdot \sin(\alpha)$$

Beispiel:

Eine Dachdeckerin bestimmt den Flächeninhalt eines dreieckigen Dachsegments, bei dem die Seite a 5m und die Seite c 7m und der Winkel zwischen diesen Seiten 60° misst, um davon die Menge des Dachmaterials abzuleiten. Die Formel zur Berechnung lautet:

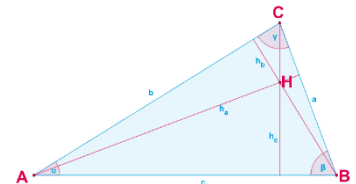
$$A = \frac{a \cdot c}{2} \cdot \sin(\beta) = \frac{5 \text{ m} \cdot 7 \text{ m}}{2} \cdot \sin(60) \approx 15,155 \text{ m}^2$$

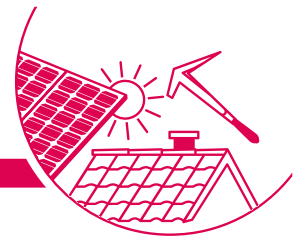
Die Dachdeckerin benötigt für eine Fläche von $15,155 \text{ m}^2$ Dachmaterial.



Schon gewusst?

Die Höhen eines Dreiecks werden nach ihrer Grundseite benannt, also h_a , h_b und h_c . Sie stehen senkrecht auf dieser Grundseite und verlaufen bis zum gegenüberliegenden Punkt.





ÜBUNGSAUFGABEN

AUFGABE 1 ☆

Bestimme anhand der Seiten und der Höhe die Formel für die Berechnung des Flächeninhaltes. Berechne den Flächeninhalt.

- Dreieck ABC:** $a = 33 \text{ cm}$; $h_a = 9 \text{ cm}$
- Dreieck ABC:** $b = 22 \text{ cm}$; $h_b = 19 \text{ cm}$
- Dreieck ABC:** $c = 90 \text{ cm}$; $h_c = 4 \text{ cm}$

AUFGABE 2 ☆ ☆

Ein Dachdecker soll ein Vordach über einer Haustür mit Schiefer decken. Das Vordach setzt sich aus zwei Dreiecken zusammen, die jeweils eine Grundseite von 2,8 m und einer Höhe von 1,5 m haben. Er muss zusätzlich 10 % Verschnitt einkalkulieren. Berechne den Flächeninhalt, den er für die Bestellung der Menge an Schiefer berücksichtigen sollte.



Schon gewusst?

Insbesondere Schiefer genießt im Dachdecker-Handwerk einen großartigen Ruf, schließlich gilt es als besondere Handwerkskunst, die einzelnen Schieferplatten passend zu behauen.

AUFGABE 3 ☆ ☆ ☆

Suche Dir mindestens fünf Gegenstände aus Deinem Alltag, die eine dreieckige Form haben. Messe die benötigten Seiten und Höhen, um jeweils den Flächeninhalt berechnen zu können. Dokumentiere Deine Ergebnisse in einer Tabelle. Bereite dich darauf vor, deine Ergebnisse in der nächsten Stunde zu präsentieren.

AUFGABE 4 ☆ ☆

Bestimme anhand der Angaben die passende Formel für die Berechnung des Flächeninhaltes. Berechne den Flächeninhalt.

- Dreieck ABC mit den Angaben** $a = 43 \text{ cm}$; $b = 56 \text{ cm}$; $\gamma = 21^\circ$
- Dreieck ABC mit den Angaben** $b = 27 \text{ cm}$; $c = 51 \text{ cm}$; $\alpha = 46^\circ$
- Dreieck ABC mit den Angaben** $a = 57 \text{ cm}$; $c = 57 \text{ cm}$; $\beta = 60^\circ$

AUFGABE 5 ☆ ☆ ☆

Ein Zelt Dach, das sich aus vier gleich großen gleichseitigen Dreiecken zusammensetzt, soll saniert werden. Die Grundseite eines Dreiecks ist 4 m lang.

- Berechne die zu sanierende Fläche.
- Die Sanierungskosten werden auf 120 Euro/m² geschätzt. Berechne die Gesamtkosten.



Schon gewusst?

Für gleichseitige Dreiecke sollten man folgende Formel verwenden:

$$A_D = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

AUFGABE 6 ☆ ☆ ☆

Bei einem Haus mit Satteldach sollen beide Giebfelder gestrichen werden. Die Breite und Länge der Dachkante betragen jeweils 6 m und das Dach hat einen Neigungswinkel von 60°. Berechne den gesamten Flächeninhalt und die Materialkosten, wenn mit 48 Euro/m² zu rechnen ist.



Zelt Dach (© Adobe Stock/Dolores Harvey)



Satteldach (© Adobe Stock/Hermann)