



Lineare Zusammenhänge im Koordinatensystem untersuchen

Steigung verstehen: Höhe und waagerechte Strecke in Beziehung setzen

Steinmetzin Isabelle und ihr Azubi Christian bearbeiten einen weiteren Auftrag: Die Stadtbibliothek braucht eine barrierefreie Rampe für ihren Eingang. Damit sie sicher und gut zu befahren ist, müssen die beiden die passende Steigung berechnen. Isabelle zeigt Christian, wie man aus Auftritt und Höhe die Steigung einer Rampe oder Treppe bestimmt. Gemeinsam prüfen sie, welche Maße sicher und gut begehbar sind.

AUFGABE 1 ★

Christian erinnert sich an die Punkte aus Aufgabe 4 von Arbeitsblatt 1. Dort hat er Punkte eingezeichnet, bei denen x-Wert und y-Wert gleich groß sind.

- Beschreibe, welche besondere Lage diese Punkte im Koordinatensystem haben.
- Erkläre, warum diese Punkte für eine gleichmäßige Treppenplanung interessant sind.
- Vergleiche zum Beispiel die Punkte $P_1(1|1)$ und $P_2(2|2)$ sowie $P_3(3|3)$ und $P_4(4|4)$. Wie weit muss man sich waagerecht und wie weit muss man sich senkrecht bewegen?

Die Steigung

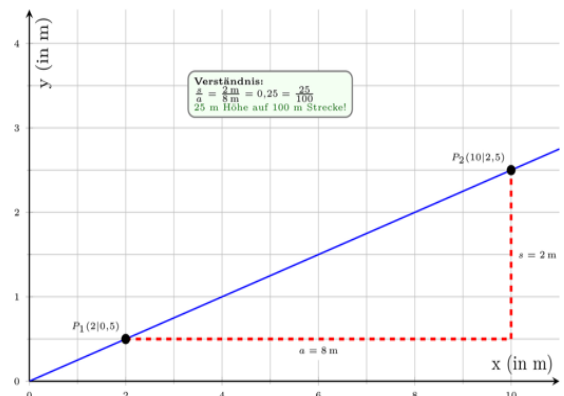
Wie eine Gerade fällt oder steigt, drückt man in der Mathematik mit dem Begriff der **Steigung** (Formelzeichen: m) aus. Diese wird durch eine Steigungsgerade und ein Steigungsdreieck dargestellt. Bezogen auf Treppen oder Rampen bestimmt die Steigung, wie steil sie sind.

Für die Berechnung der Steigung einer Treppe verwendet man zwei Fachbegriffe:

- Stufenhöhe (s):** Der senkrechte Höhenunterschied einer einzelnen Stufe (y-Richtung).
- Treppenauftritt (a):** Die waagerechte Tiefe einer einzelnen Stufe, auf die man den Fuß stellt (x-Richtung).

Die Steigung m ist das Verhältnis von Höhenunterschied zu

waagerechtem Abstand: $m = \frac{\text{Höhenunterschied}}{\text{Waagerechter Abstand}} = \frac{s}{a}$



Die Steigung aus zwei Punkten berechnen

Sind nur zwei Punkte $P_1(x_1 | y_1)$ und $P_2(x_2 | y_2)$ – z. B. der Start- und Endpunkt einer Rampe oder zwei Stufen einer Treppe – gegeben, kann man daraus die Werte für a und s berechnen. Dazu subtrahiert man die Koordinaten:

- Stufenhöhe / Höhenunterschied s :** $s = y_2 - y_1$
- Treppenauftritt / waagerechten Abstand a :** $a = x_2 - x_1$

Die Werte setzt man dann in die Formel für die Steigung ein: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



Schon gewusst?

Bei einer gleichmäßig gebauten Treppe hat jede Stufe denselben Auftritt a und dieselbe Höhe s . Deshalb ist die Steigung m jeder einzelnen Stufe zugleich die Steigung der gesamten Treppe – unabhängig davon, zwischen welchen zwei Punkten man sie misst.



Isabelle: Christian, ich habe die Rampe vermessen. Der Startpunkt liegt bei $P_1(2 \mid 0,5)$ und der Endpunkt bei $P_2(10 \mid 2,5)$. Die Angaben sind in Meter. Kannst du mir die Steigung ausrechnen?

Christian: Klar. Ich ordne erstmal die Werte zu:

Punkt 1: $x_1 = 2$ und $y_1 = 0,5$.

Punkt 2: $x_2 = 10$ und $y_2 = 2,5$

Dann setze ich in die Formel ein: $m = \frac{s}{a} = \frac{2,5-0,5}{10-2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25 \rightarrow 25\%$

Isabelle: Genau! Die berechnete Steigung m kann man auch als sogenannten **Proportionalitätsfaktor** bezeichnen. Aber was bedeutet m nun für die Rampe?

Christian: Die Steigung m beträgt 0,25. Das entspricht 25 %. Das heißt: In 100 m (a) nimmt die Höhe um 25 m (s) zu.

Hinweis: Diese Beispielrampe dient hier nur zum Üben der Berechnung. Ob eine Steigung von 25 % für eine echte, barrierefreie Rampe erlaubt ist, prüfst du später in Aufgabe 6 anhand einer offiziellen Norm.

AUFGABE 2 ★

Es sind zu verschiedenen Geraden die jeweiligen Punktpaare gegeben. Berechne die Steigung.

- a) A (1,5 | 3,5) und B (3 | 7)
- b) C (3,5 | 2,5) und D (7 | 5)
- c) E (3,5 | 1) und F (7 | 2)

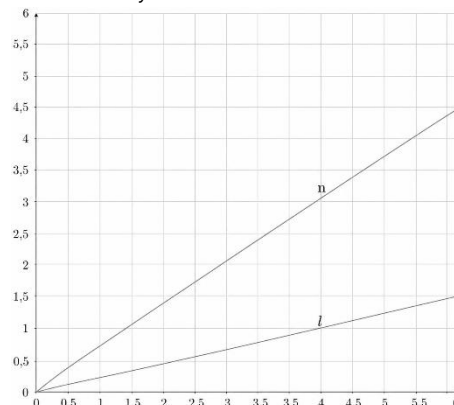
AUFGABE 3 ★ ★

Isabelle möchte Christian zeigen, wie unterschiedlich die Steigung von Treppen und Rampen verlaufen können. Dazu zeigt sie ihm zwei Beispielgeraden aus früheren Aufträgen – Graph I stammt von einer Rampe, Graph II von einer Treppe. Vergleiche in Koordinatensystem 3 die Gerade I und II.

- a) Berechne zu beiden Geraden die Steigung.
- b) Erläutere, wie die jeweilige Steigung der Geraden im Vergleich zueinander verlaufen.
- c) **Steiler oder Flacher?** Vergleicht man zwei Treppen oder Rampen, betrachtet man den Wert m . Merke dir dazu:

- Je _____ m , desto _____.
- Je _____ m , desto _____.

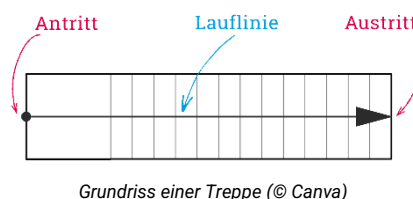
Koordinatensystem 3



Schon gewusst?

Die Steigung einer Treppe wird entlang der **Lauflinie** betrachtet. Diese Linie zeigt im Grundriss den üblichen Weg über die Treppe.

Sie verläuft vom Mittelpunkt des unteren **Antritts** über die Mitte der Treppenläufe und Podeste bis zum oberen **Austritt**. Bei geraden Treppen liegt sie meist in der Mitte, bei gewendelten Treppen kann sie auch seitlich versetzt sein, weshalb die Steigung hier nicht an jeder Stelle gemessen werden.





AUFGABE 4 ★

In einer Wertetabelle stehen zusammengehörige x- und y-Werte. Die folgende Wertetabelle zeigt Punkte einer Geraden. Übertrage die Werte in ein Koordinatensystem und untersuche, wie die Gerade verläuft.

- Übertrage die folgende Wertetabelle in ein Koordinatensystem.
- Trage die Steigungsdreiecke ein.
- Berechne die Steigung

	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
x-Wert	15	30	45	60
y-Wert	10	20	30	40



Schon gewusst?

Für den Bau von Treppen gibt es in Deutschland feste Regeln, die DIN-Normen. Die DIN 18065 legt fest, bei welchen Maßen eine Treppe sicher und angenehm begehbar ist. Dafür nutzt man die **Schrittmaßregel**: $2 \cdot s + a = 63$. Nach dieser Formel ist die Treppe nicht zu flach und nicht zu steil.

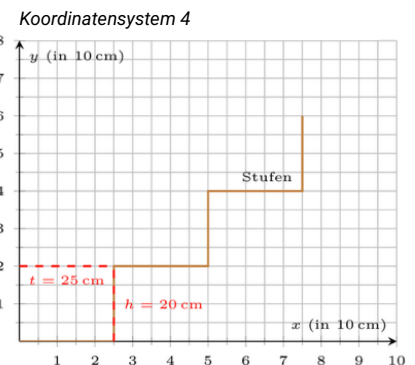


© Barbara Olsen / pexels

AUFGABE 5 ★ ★

Isabelle und Christian planen für die Stadtbibliothek nicht nur eine barrierefreie Rampe, sondern auch eine neue Eingangstreppe aus Stein. Bevor die Steine zugeschnitten werden, prüfen sie die Maße der Treppe. Die Treppe vom Gehweg zum Eingang hat einen Auftritt von 25 cm und eine Höhe von 20 cm (siehe Koordinatensystem 4).

- Berechne die Steigung der Treppe.
- Vergleiche die Treppe mit einer zweiten Planung, bei der der Auftritt 30 cm und die Höhe 15 cm beträgt. Welche Treppe ist steiler?
- Begründe mithilfe der Schrittmaßregel, welche Treppe für den Eingang der Stadtbibliothek angenehmer zu begehen wäre.



AUFGABE 6 ★ ★ ★

Bei der Stadtbibliothek messen Isabelle und Christian einen Höhenunterschied von 45 cm zwischen Tür und Gehweg. Der Abstand in Richtung Straße beträgt 3 m. Gemeinsam überlegen sie, ob anstelle der Stufen auch direkt eine Rampe vom Eingang zum Gehweg gebaut werden könnte.

- Berechne, ob die Rampe die Norm für barrierefreie Rampen erfüllen würde.
- Falls die Norm nicht erfüllt ist, berechne, wie groß der Abstand zwischen Eingang und Straße mindestens sein muss.



Schon gewusst?

Auch für Rampen gibt es feste Regeln als DIN-Normen. Die DIN 18040 legt fest, wie steil eine Rampe höchstens sein darf, damit sie barrierefrei nutzbar ist. Sie darf maximal eine Steigung von 6 % haben, damit sie von Rollstuhlfahrerinnen und Rollstuhlfahrern ohne Hilfe befahren werden kann.